Абсолютно чёрное тело – тело, поглощающее 100% падающего на него света. Обратите внимание, что АЧТ необязательно должно быть чёрным в привычном нам понимании (вообще термин достаточно неудачный, но имеем что имеем). Мы видим черноту, если в глаз нам попадает очень мало фотонов света (например, ночью при зашторенных занавесках или глядя на чёрное ночное небо). Но АЧТ, не имея способности отражать, вполне имеет способность излучать за счёт своей температуры (колебаний атомов и т.п. и т.д.), так что увидеть АЧТ мы вполне можем.

Повторю: АЧТ не обязательно должно быть чёрным для человеческого глаза! Да, оно поглощает весь падающий на него свет, но оно само излучает.
Почему тело излучает? Ну это тепловые флуктуации, квантстат… Пока поверьте. Зато, хоть мы и не знаем пока что ПРИЧИНЫ излучения, мы можем его померить, что и делали физики-экспериментаторы на рубеже 19 и 20-того веков.

АЧТ излучает на разных частотах. Физикам стало интересно: а на каких частотах оно излучает? А как это связано с температурой?
Оказалось, что мощность на единицу площади тела не зависит от рода материала, из которого изготовлено тело, а зависит только от температуры.

АЧТ излучает на разных частотах. Физикам стало интересно: а на каких частотах оно излучает? А как это связано с температурой?
Ответ на этот вопрос даёт формула Планка:

$$\rho(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} * \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

(т.е. мощность излучения на единицу площадки в диапазоне ν ... ν +дельта ν равна дельта ν *ρ(ν, T), где выражение для ρ(ν, T) приведено выше). Оптики бы сказали, что это спектральная плотность (возможно, делавшим 408-ю задачу практикума по оптике будет так понятней).

У этой формулы есть два частных случая: для малых частот или для больших. Одна зависимость носит имя Вина, другая Релея-Джинса.

$$\nu \gg, \quad \lambda \ll \ -\text{Вин}: \rho(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} * \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$\nu \ll, \quad \lambda \gg \ -\text{Релей} - \text{Джинс}: \rho(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^2}$$

Главное – запомнить формулу Планка, она общая, а частные случаи можно вывести по асимптотике:

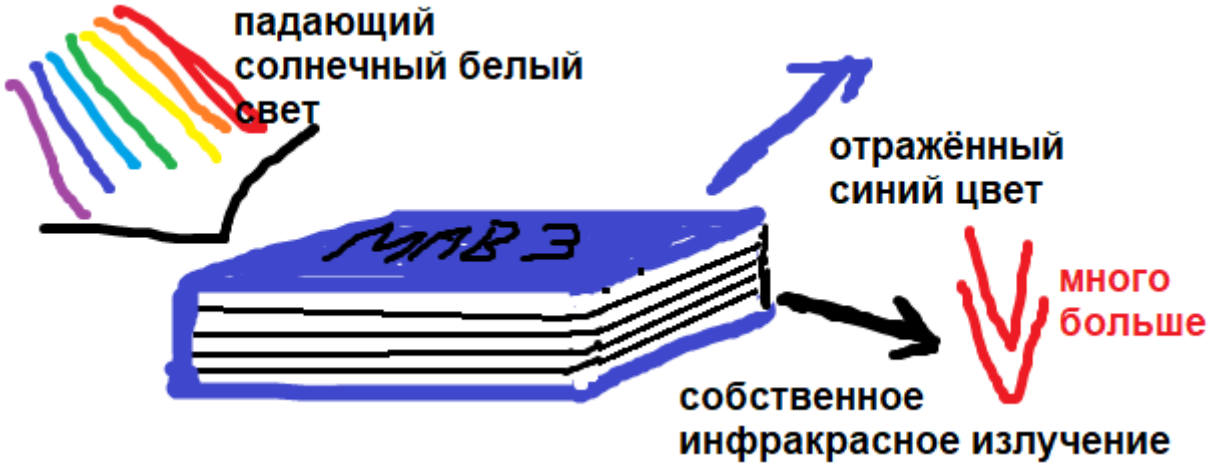
Если $\nu \ll$, то в $\rho(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} * \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$ экспонента мала , и её можно представить как $\frac{2\pi h\nu^3}{c^2} * \frac{1}{1 + h\nu/kT - 1} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} * \frac{1}{h\nu/kT} = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^2}$ - ф-ла Релея-Джинса.

Если $\nu \gg 0$, то в $\rho(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} * \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$ экспонента велика , и на её фоне можно выкинуть вычитаемую единицу. Тогда получим $\rho(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} * \frac{1}{e^{h\nu/kT}}$ - закон Вина.

Исторически оба закона были открыты раньше формулы Планка, поэтому их так отдельно и выделяют.

Важное замечание. Думаю, все слышали фразу «инфракрасный диапазон – это тепло». Под теплом здесь имеется в виду не движение молекул, а энергия э/м поля. Но она есть у всех диапазонов. Просто при «земных» температурах (порядка 300 К) максимум в частотном диапазоне приходится на инфракрасном диапазоне. Ваша комнатная батарея, нагретая до 300 К, излучает на всех частотах, просто максимум приходится на инфракрасный диапазон (в силу того же закона смещения Вина: температура прямо пропорциональна частоте максимума, т.к. температура батарея меньше на порядок температуры Солнца, то и излучает она в основном в инфракрасном диапазоне, а не видимом).
Однако когда мы придём в гости к металлургам, которые плавят сталь и греют её до 2000 К, максимум излучения начнёт смещаться из инфракрасного диапазона в видимый. Сталь начнёт сначала краснеть, потом желтеть… потом плавиться ☺

«Что ж, все видимые мною цветные предметы нагреты до температуры тысячи Кельвинов?» - спросит читатель. Нет, речь идёт про именно излучённый свет, а не отражённый. Вот у меня на столе лежит синяя книга, но синяя она за счёт отражения солнечного цвета.



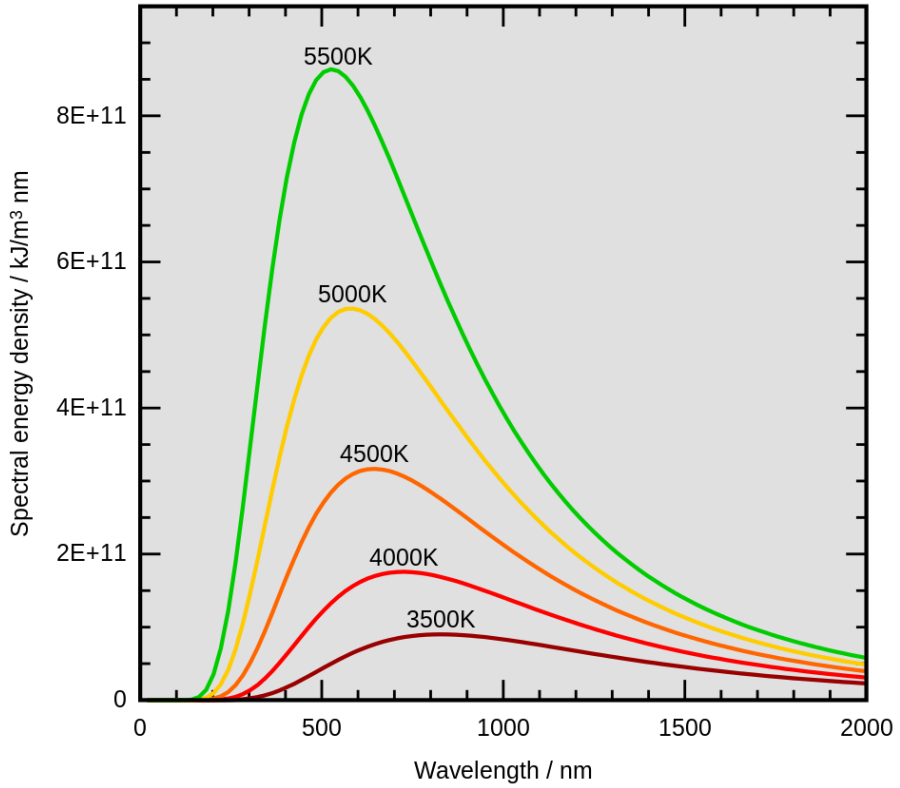
А если мы полностью отключим солнце (спрячемся в тёмную ванную, забьём все щели), то только тогда мы сможем зафиксировать слабое инфракрасное излучение.
А вот сталь светится сама по себе. Батарея греет сама по себе. И книга излучает немного сама по себе в инфракрасном диапазоне, просто энергия этого излучения

настолько мала (потому что чем больше частота, тем больше энергия), что мы этого не чувствуем.

Закон смещения Вина (https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_смещения_Вина)
Если построить график зависимости мощности от частоты (а лучше от длины – так исторически сложилось) для какой-то температуры, то у него оказывается, есть максимум. Ну надо просто продифференцировать

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

и найти максимум.
Построим несколько таких графиков для разных температур, на каждом будет свой максимум.
Скажем, для 3500К максимум где-то при 780 нм, 4000К – 700 нм, 4500 К – 650 нм, 5000 К – 600 нм и т.д.



Оказывается, чем больше температура, тем больше частота максимума (и тем меньше длина волны максимума). Эта зависимость прямо пропорциональна для частоты:

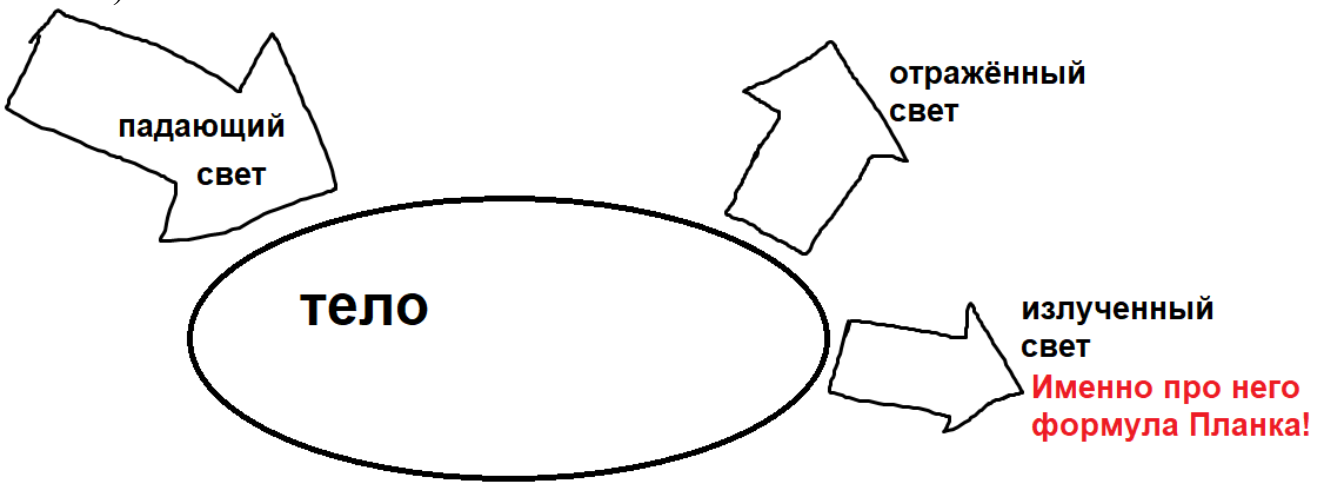
$$\omega_{max} \sim T$$

и обратно пропорциональна для длины волны:

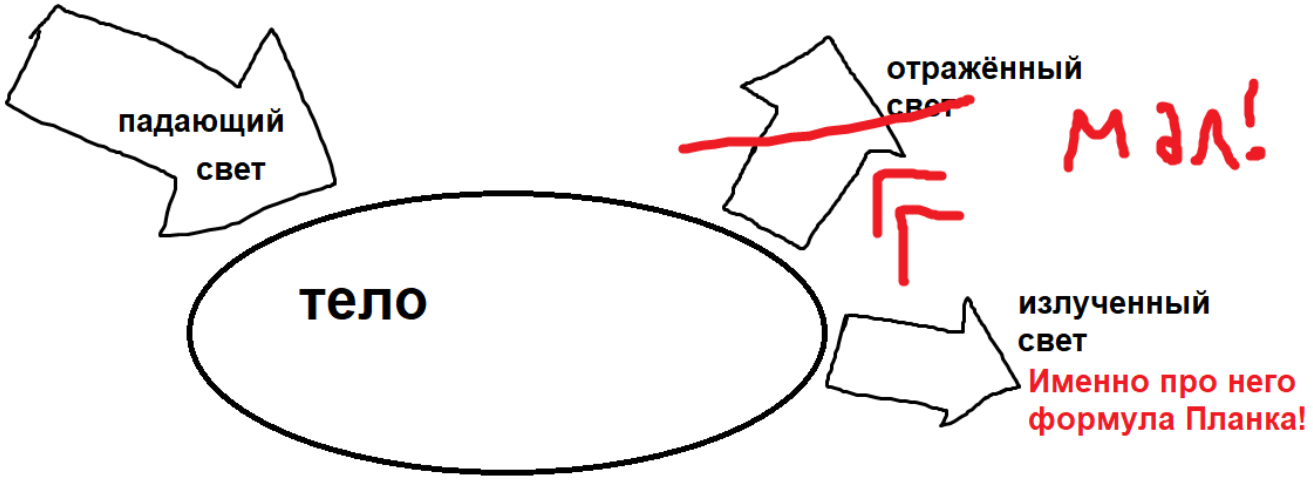
$$\lambda_{max} \sim \frac{1}{T}$$

что можно вывести из формулы Планка. Коэффициент пропорциональности смысла помнить особо не имеет, он быстро забывается, держать в памяти смысла нет.

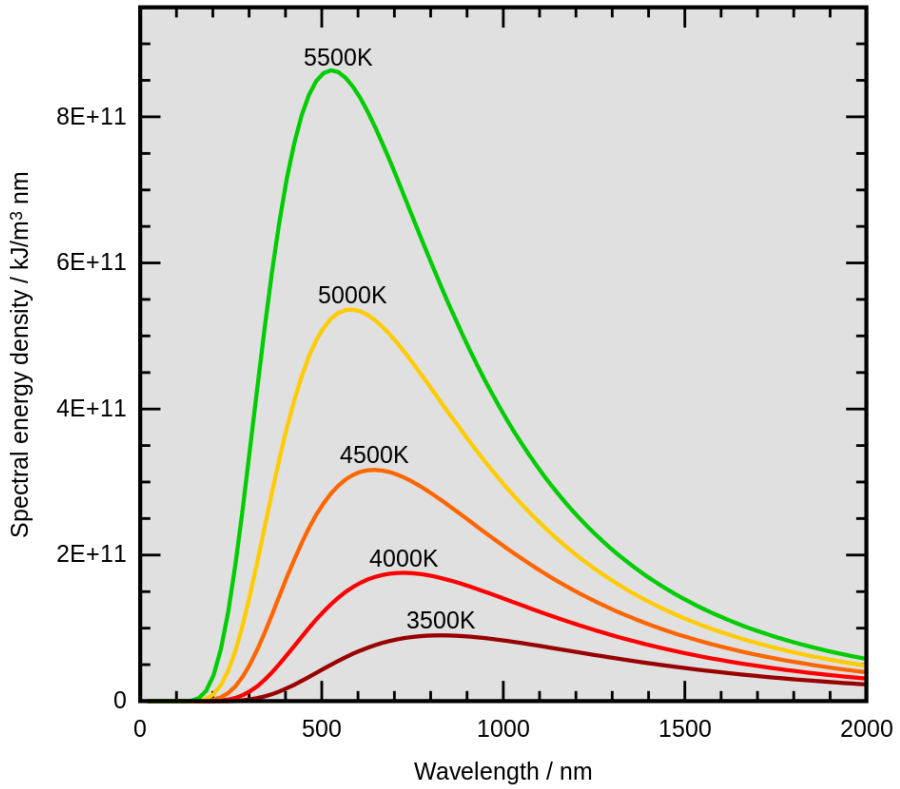
А теперь ответ на вопрос «а нафиг нам это нужно». Сейчас будет одно простое практическое применение.
Все звёзды с достаточно хорошей точностью можно считать АЧТ. Да, они там немного отражают свет, который на них приходит, но падает на них мало света, зато они сами излучают дофига – гораздо больше, чем отражают, так что с хорошей точностью они АЧТ.
(Можно сказать и иначе: свет от звёзд складывается от излучённого ими (по формуле Планка) и отражённого, но вклад отражённого света настолько мал, что суммарный свет практически равен излучённому и мы вправе применять формулу Планка).



И для звёзд



Таким образом мы на Земле можем померить частоты, на которых излучает звёзда, и так определить температуру на их поверхности.
Посмотрим на график ещё раз:



Солнце жёлтое, значит, максимуму соответствует длина волна жёлтого света (приблизительно 590 нм). Ищем кривую с максимумом в 590 нм (она заботливо окрашена авторами графика в жёлтый цвет). И теперь по закону смещения Вина можем найти температуру на поверхности звезды, в данном случае Солнца – 5000 К.

Задача 1 (предлагалась Олевановым на зачёте по атомке). Со времён Большого взрыва во Вселенной осталось т.н. реликтовое излучение температурой 2,7 К. На какую частоту приходится максимум?
Решение. Частота максимума в спектре прямо пропорциональна температура. Даже если вы забыли константу в законе смещения Вина, вы можете составить пропорцию:
Солнце: 5000 К (средняя температура поверхности Солнца) – 520 *10^{12} Гц (частота жёлтого цвета)
Реликтовое излучение: 2,7 К - ? Гц
Откуда ? = 520 *10^{12} * 2.7/5000 Гц.
Если вам нужна не частота, а длина волны, то будет уже обратная пропорциональность:
Солнце: 5000 К – 580 нм (частота жёлтого цвета)
Реликтовое излучение: 2,7 К - ? нм
Откуда ? = 5000 *580 нм /2,7.
На всяких там зачётах по атомке запрещается пользоваться всем. Поэтому лучше константу в законе Вина запомнить (и, разумеется, забыть после экзамена). Для длины волны это: $\lambda_{max}\,\mathrm{T} = 2{,}897 * 10^{-3}$ м $*$ К. Подставляем сюда 2,7 К:

$$\lambda_{max} * 2{,}7\ \text{К} = 2{,}897 * 10^{-3}\ \text{м} * \text{К}$$

$$\lambda_{max} = \frac{2{,}897}{2{,}7} * 10^{-3}\text{м} - \text{приблизительно } 1{,}073 \text{ мм}$$

Осталось обсудить, что такое закон Стефана-Больцмана. Он получается, если взять долю излучения на каждой частоте и проинтегрировать по всем частотам. Оказывается, что общая мощность (вне зависимости от чистоты), делённая на площадь, равна произведению σ – константы Стефана-Больцмана на, внимание, аж четвёртую степень температуры!

$$P_{\text{единичной площадки}} = \sigma * T^4!$$

Вывод формулы Планка сводится к интегрированию формулы Планка. Вывод:

Для нахождения объемной плотности электромагнитного излучения ρ необходимо вычислить интеграл:

$$\rho = \int_0^\infty \rho_\omega(T)d\omega = \int_0^\infty \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1} d\omega.$$

Сделаем замену переменных:

$$x \equiv \frac{\hbar\omega}{kT},$$

тогда

$$\rho = \frac{k^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \alpha T^4.$$

Мы получили закон Стефана–Больцмана. Константа α называется объемной постоянной Стефана–Больцмана. Для её вычисления воспользуемся табличным значением интеграла

$$I = \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

Поэтому объемная постоянная Стефана–Больцмана равна

$$\alpha = \frac{\pi^2 k^4}{15\hbar^3 c^3} = 7{,}57 \cdot 10^{-16} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$$

Ну общефиз её α обозначает, более распространённое обозначение σ.

Ну и заключительная

Задача №2. Считая выведенной формул Планка для частоты

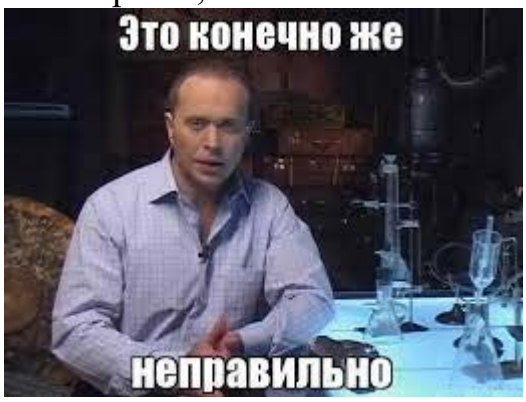
$$\rho(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} * \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Получить $\rho(\lambda, T)$ - зависимость от длины волны.

Задача с подвохом (поэтому и показываю!) Многие обычно думают: ну, $\lambda = \frac{c}{\nu}$. Давайте просто заменим в формуле $\rho(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} * \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$ все ν на $\frac{c}{\lambda}$. Получим

$$\rho(\lambda, T) = \frac{2\pi hc}{\lambda^3} * \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

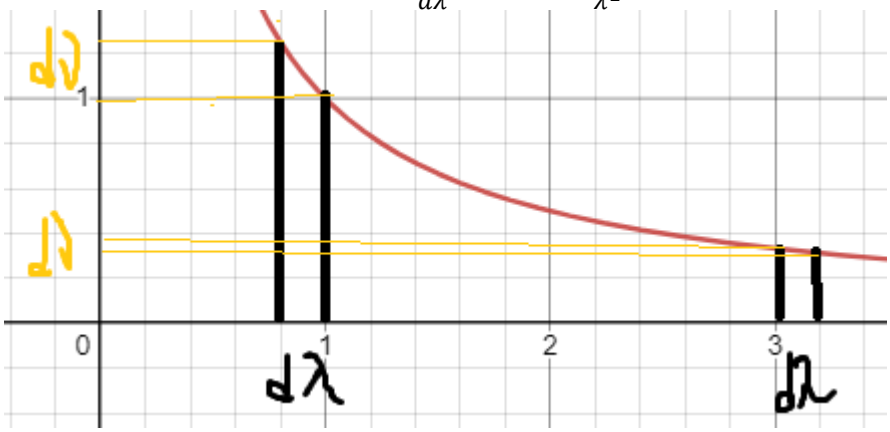
Шаг верный, только вот хочется на этом сказать, что ответ получен.



Вспомним, что

$$\frac{dP}{dS} dv \text{ (мощность на единицу площади в интервале частот } dv) = \rho(v)dv = \rho(\lambda)d\lambda$$

Но dv не равно $d\lambda$! $dv = \frac{d\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{d\lambda} d\lambda = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$.



У нас вылез коэф $\frac{c}{\lambda^2}$. Поэтому правильный ответ

$$\rho(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} * \frac{2\pi hc}{\lambda^3} * \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} * \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$